



# Bab 3

## Deret Taylor

Oleh :  
Devie Rosa Anamisa

# Pengertian

- Deret Taylor merupakan dasar untuk menyelesaikan masalah terutama persamaan differensial.
- Persamaan Deret Taylor :

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \frac{\Delta x}{1!} + f''(x_i) \frac{\Delta x^2}{2!} + f'''(x_i) \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots + f^{(n)}(x_i) \frac{\Delta x^n}{n!} + R_n$$

- Ket:
  - $f(x_i)$  = fungsi dititik  $i$
  - $f(x_{i+1})$  = fungsi dititik  $x_{i+1}$
  - $f', f'', f'''$  = turunan pertama, kedua....ke- $n$  dari fungsi
  - $\Delta x$  = jarak antara  $x_i$  dan  $x_{i+1}$
  - $R_n$  = kesalahan pemotongan =  $E_a =$
  - $!$  = operator faktorial

$$P^{*(n+1)} - P^{*(n)}$$

# Tahap Penyelesaian

- Memperhitungkan suku pertama (order nol)  
$$f(x_{i+1}) = f(x_i)$$
- Memperhitungkan dua suku pertama (order 1)  
$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \Delta x / 1!$$
- Memperhitungkan tiga suku pertama (order 2)  
$$f(x_{i+1}) = f(x) + f'(x_i) \Delta x + f''(x_i) \Delta x^2 / 2$$
- Iterasi akan berhenti jika  $R_n = 0$

# Contoh

1. Diketahui sebuah fungsi :  $f(x) = 0.25x^3 + 0.5x^2 + 0.25x + 0.5$  dengan menggunakan Deret Taylor pada order berapa, hasil penyelesaian numerik sama dengan penyelesaian eksak?

dimana order 0,1,2 dan 3 perkiraan fungsi tersebut pada titik  $x_{i+1} = 1$  dan pada titik  $x_{i+1} = 1$  berada pada jarak  $=1$  dari titik  $x = 0$ .

Jawab :

$$f(x) = 0.25x^3 + 0.5x^2 + 0.25x + 0.5$$

$$f(0) = 0.5$$

$$f(1) = 1.5$$

■ Untuk order 0 :

■  $f(x_{i+1}) = f(x_i)$

$f(0 + 1) = f(0)$

$f(1) = 0.5$

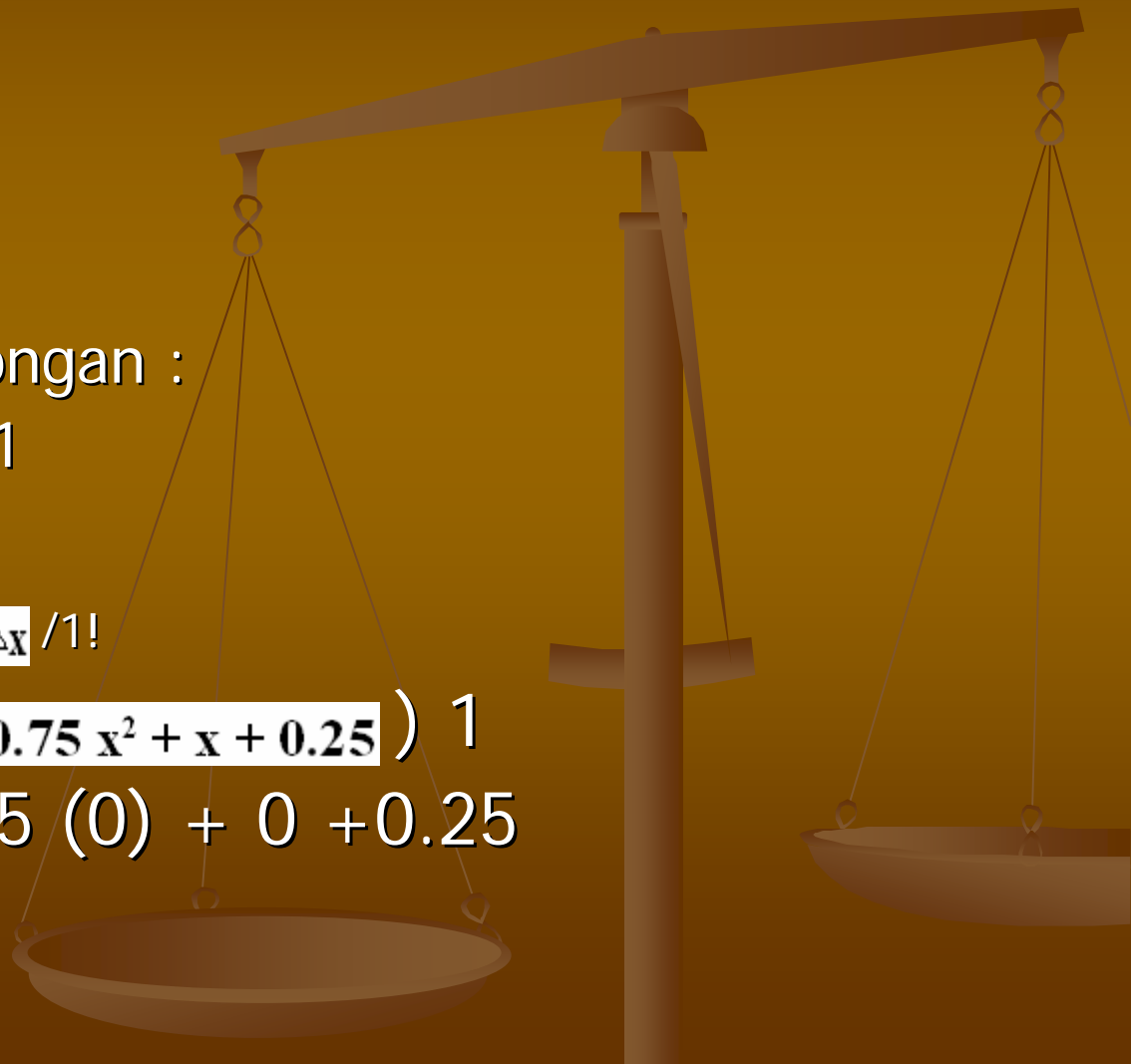
■ Kesalahan pemotongan :

$R_n = 1.5 - 0.5 = 1$

■ Untuk order 1 :

■  $f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \Delta x / 1!$

$$\begin{aligned} f(0+1) &= 0.5 + (0.75x^2 + x + 0.25) 1 \\ &= 0.5 (0.75 (0) + 0 + 0.25) \\ &= 0.75 \end{aligned}$$



- Kesalahan pemotongan

$$R_n = 1.5 - 0.75 = 0.75$$

- Untuk Order 2 :

- $f(x_{i+1}) = 0.5 + 0.25 * 1 + 1 * (1/2)(1/2)$   
 $= 1.25$

- Kesalahan pemotongan

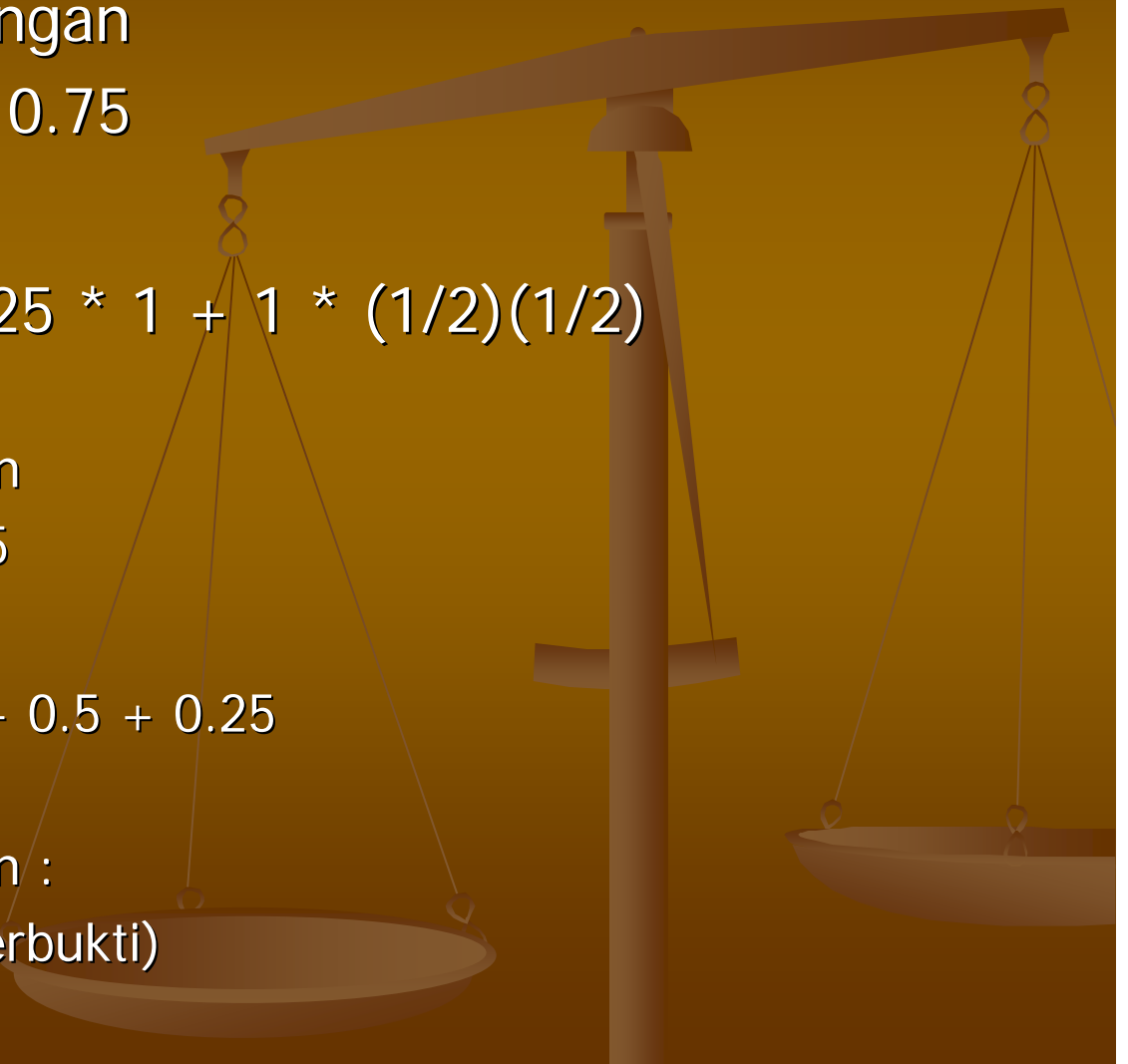
$$R_n = 1.5 - 1.25 = 0.25$$

- Untuk Order 3 :

- $f(x_{i+1}) = 0.5 + 0.25 + 0.5 + 0.25$   
 $= 1.5$

- Kesalahan pemotongan :

$$R_n = 1.5 - 1.5 = 0 \text{ (terbukti)}$$



# Soal

1. Diketahui suatu fungsi :  $f(x) = -2x^3 + 12x^2 - 20x + 8.5$   
dengan menggunakan Deret Taylor pada order berapa, hasil penyelesaian numerik sama dengan penyelesaian eksak, perkiraan fungsi tersebut pada titik  $x_{i+1} = 0.5$  berdasarkan nilai fungsi pada titik  $x_i = 0$ ?
2. Diketahui suatu fungsi :  $f(x) = -2x^3 + 12x^2 - 20x + 8.5$   
hitung pula pada titik  $x_{i+1} = 0.25$  dan  $x_i = 0$ .

Terima Kasih

