



Bab 9

Analisis Regresi

Oleh :
Devie Rosa Anamisa

Pendahuluan

- Proses penentuan suatu fungsi pendekatan menggambarkan kecenderungan data dengan simpangan minimum antara nilai fungsi dengan data disebut regresi.
- Misal: Dalam percobaan benda uji tulangan baja untuk mendapatkan hubungan antara besaran gaya dan perpindahan. Jika absis $-x$ menyatakan perpanjangan dan ordinal $-y$ sebagai besaran gaya aksial, maka persamaan

$$y = ae^{bx}$$

Regresi Kuadrat Terkecil (Least Squares Method)

- Metode ini berasumsi kurva terbaik yang dihasilkan adalah kurva yang mempunyai jumlah total kuadrat kesalahan minimum dari data.
- Misal data $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ merupakan variabel bebas dan variabel terikat.
- Pencocokan kurva mempunyai deviasi (error) e dari setiap titik data $e_1 = y_1 - f(x_1), e_2 = y_2 - f(x_2), \dots, e_n = y_n - f(x_n)$.
- Menurut metode ini, kurva terbaik mempunyai karakteristik:

$$\begin{aligned} p &= (e_1)^2 + (e_2)^2 + \dots + (e_n)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 \end{aligned}$$

Koefisien Korelasi

- Untuk mengetahui derajat kesesuaian dari persamaan yang didapat, dihitung nilai koefisien korelasi yang berbentuk:

$$r = \sqrt{\frac{D_1^2 - D^2}{D_1^2}}$$

Dimana:

$$D^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x))^2$$

$$D_1^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

- Untuk perkiraan yang sempurna nilai $r=1$. apabila $r=0$ perkiraan sangat jelek.
- Koefisien korelasi dapat digunakan untuk memilih suatu persamaan dari beberapa alternatif yang ada, terutama didalam regresi garis tidak lurus.

Regresi Linier

- Metode ini memakai suatu garis lurus:
 $y = a + bx$
- Untuk menentukan harga pendekatan terhadap sekumpulan data: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$
- Mempunyai kuadrat kesalahan:

$$\overline{\wedge} = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a+bx)]^2 = \text{Min}$$

- Untuk memperoleh kesalahan kuadrat terkecil maka koefisien a dan b harus menghasilkan turunan pertama nol.

$$\frac{\partial}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a+bx)] = 0 \dots\dots(1) \implies \sum_{i=1}^n y_i = a \sum_{i=1}^n 1 + b \sum_{i=1}^n x_i \dots\dots(3)$$

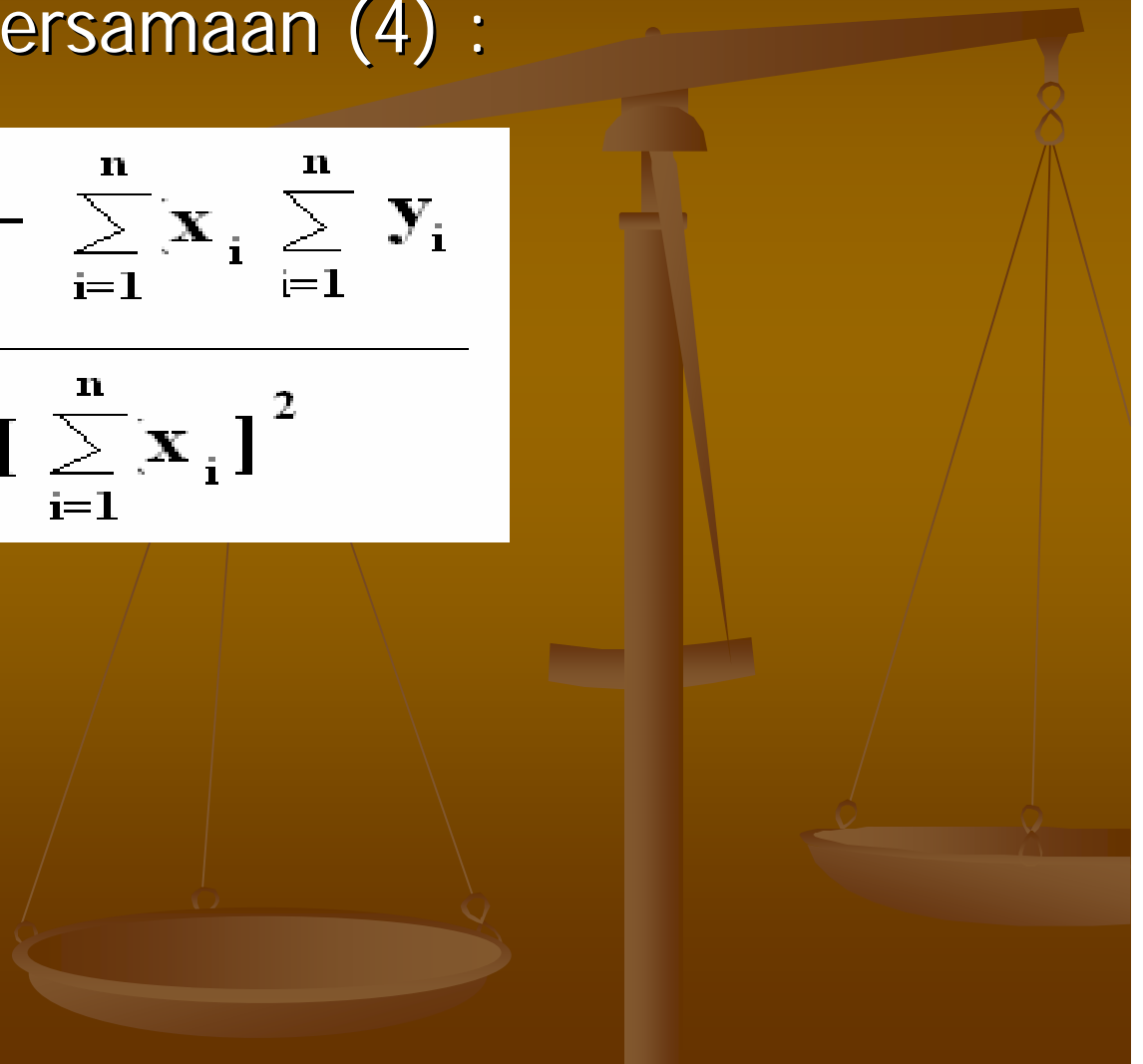
$$\frac{\partial}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n x_i [y_i - (a+bx)] = 0 \dots\dots(2) \implies \sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 \dots\dots(4)$$

- Selanjutnya dari persamaan (3) :

$$n \cdot a + \sum_{i=1}^n x_i b = \sum_{i=1}^n y_i \implies a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i b}{n}$$

- Selanjutnya dari persamaan (4) :

$$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{n} \sum_{i=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{x}_i \mathbf{y}_i - \sum_{i=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{x}_i \sum_{i=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{y}_i}{\mathbf{n} \sum_{i=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{x}_i^2 - \left[\sum_{i=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{x}_i \right]^2}$$



Contoh

- Buat persamaan regresi linier dibawah ini dari pasangan data:

x		1	2	2.5	3	4	5
f(x)		1	5	7	8	2	1

- Jawab:

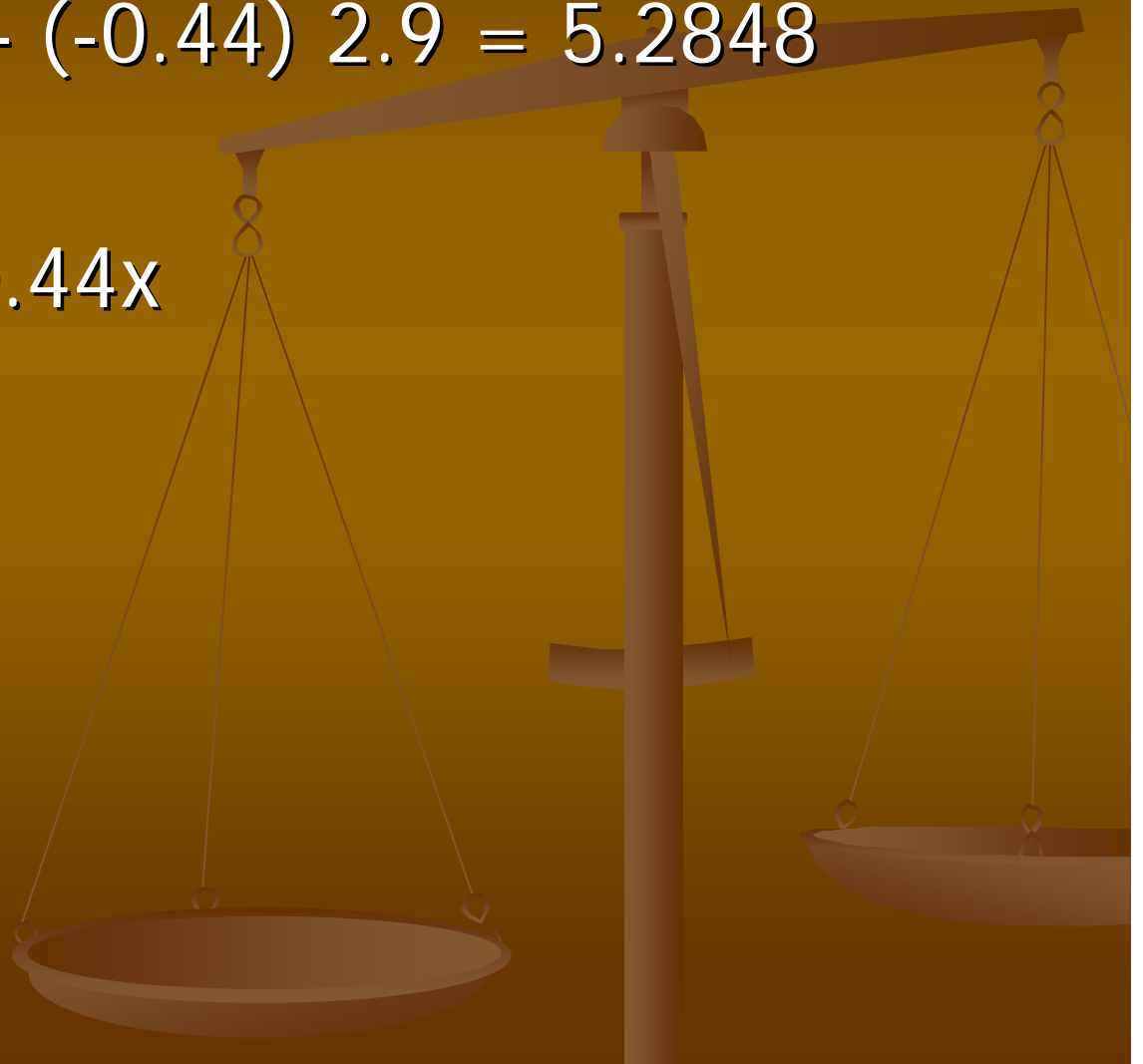
x	y	xy	x ²
1	1	1	1
2	5	10	4
2.5	7	17.5	6.25
3	8	24	9
4	2	8	16
5	1	5	25

$$\begin{aligned} b &= \frac{6(65.5) - (17.5)(24)}{6(61.25) - (17.5)^2} \\ &= \frac{393 - 420}{367.5 - 306.25} = -0.44 \end{aligned}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x} = 4 - (-0.44) 2.9 = 5.2848$$

Jadi :

$$y = 5.2848 - 0.44x$$



Regresi Kurva Tidak Linier

■ Fungsi eksponensial

- Diberikan dalam bentuk : $y = ae^{bx}$, dimana a dan b adalah konstanta. Persamaan tersebut menjadi :

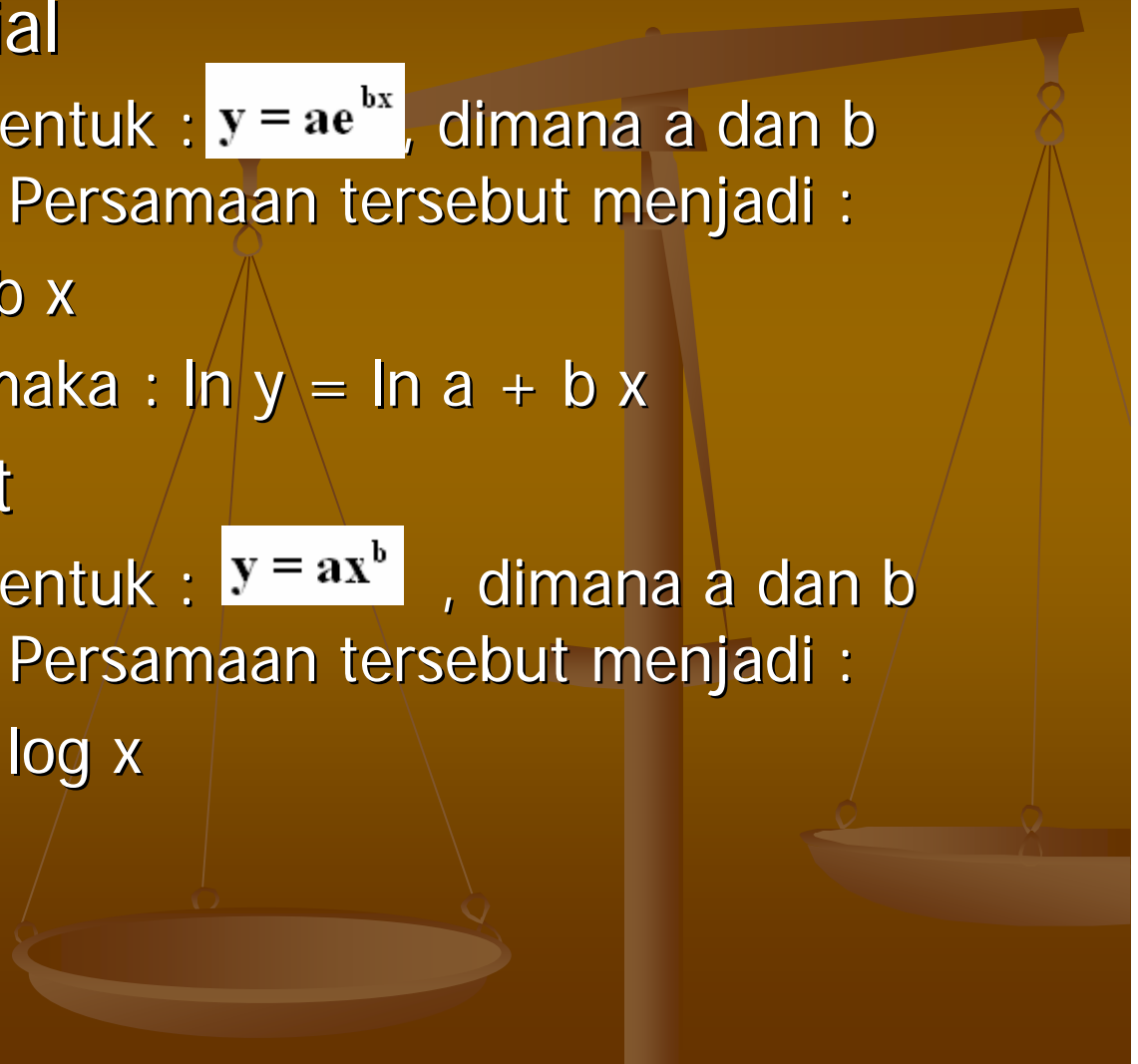
$$\ln y = \ln a + \ln e^{bx}$$

- Karena $\ln e = 1$, maka : $\ln y = \ln a + bx$

■ Fungsi Berpangkat

- Diberikan dalam bentuk : $y = ax^b$, dimana a dan b adalah konstanta. Persamaan tersebut menjadi :

$$\log y = \log a + b \log x$$



Tugas I

- Sebuah studi yang dilakukan untuk menentukan lebar jalur yang aman untuk pengendara sepeda serta jaraknya dari lalu lintas kendaraan umum. Data yang dikumpulkan dari sebelas jalan adalah sebagai berikut:

Lebar Jalur Sepeda x	Jarak dari lalu lintas
5	4
10	8
7	5
7.5	8
7	6
6	6
10	10
9	10
5.54	5
15	7

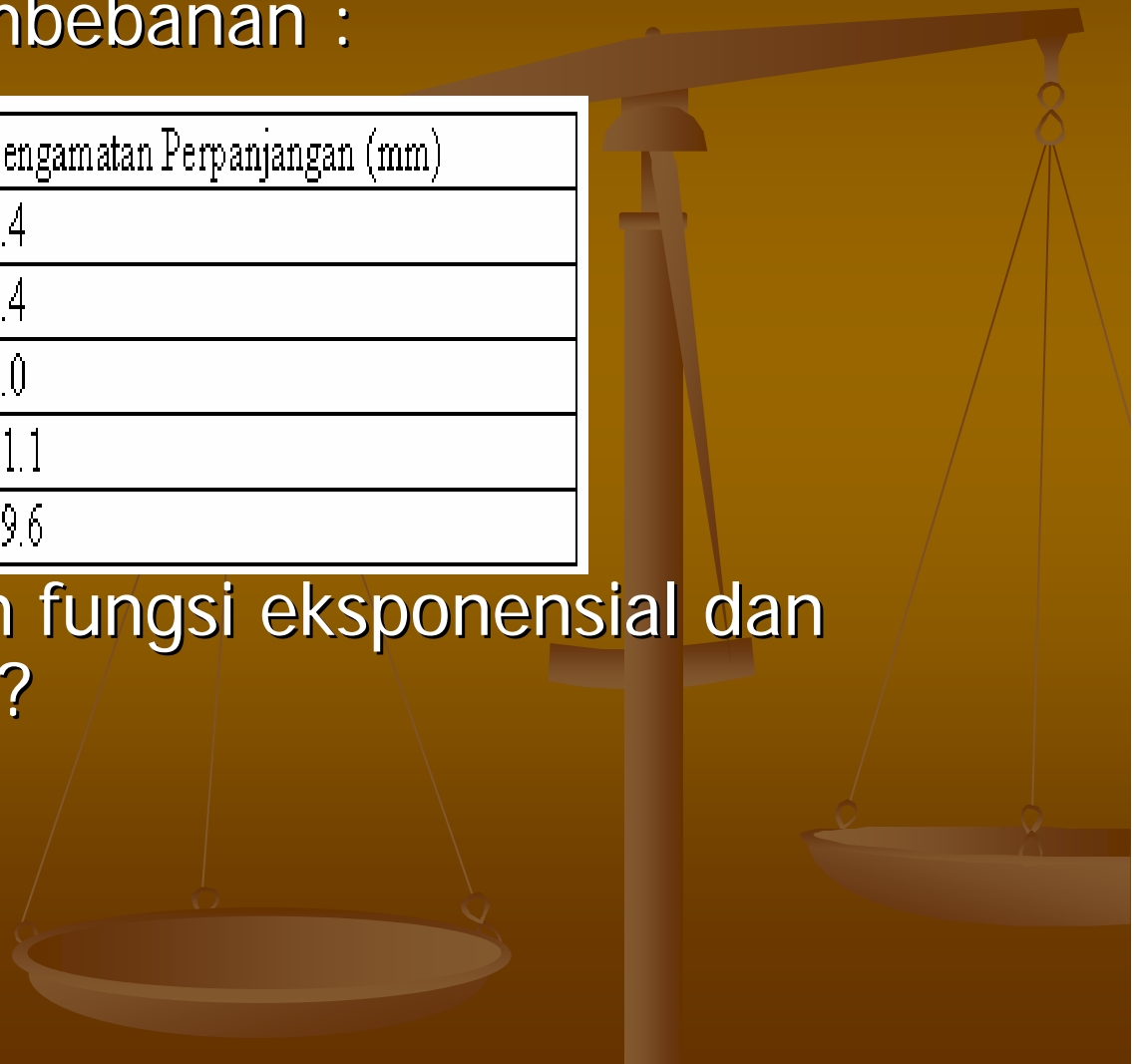
jika jarak minimum jalur sepeda dari lalu lintas umum adalah 6 ft, berapa lebar jalur sepeda yang aman?

Tugas II

- Diketahui test pembebanan :

Pengamatan Gaya Aksial (ton)	Pengamatan Perpanjangan (mm)
7.7	2.4
10	3.4
18.5	7.0
23.9	11.1
28.5	19.6

- Selesaikan dengan fungsi eksponensial dan fungsi berpangkat?



Terima Kasih

